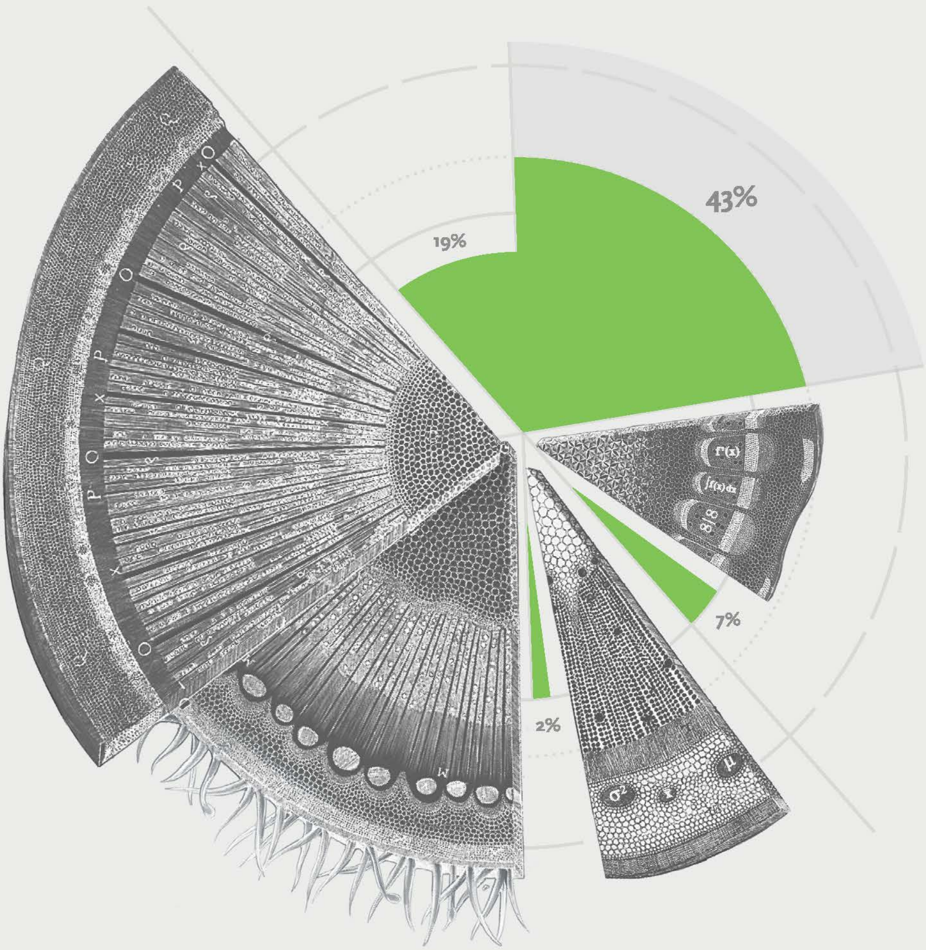
Agnieszka Baścik-Remisiewicz
Izabela Chincinska
Magdalena Miklaszewska



Wybrane zagadnienia ze statystyki i matematyki

Przewodnik do ćwiczeń dla studentów biologii

WYDAWNICTWO UNIWERSYTETU GDAŃSKIEGO

Wybrane zagadnienia
ze statystyki i matematyki

Agnieszka Baścik-Remisiewicz
Izabela Chincinska
Magdalena Miklaszewska

Wybrane zagadnienia ze statystyki i matematyki

Przewodnik do ćwiczeń dla studentów biologii

Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego
Gdańsk 2020

Agnieszka Baścik-Remisiewicz rozdziały 1–8, dodatki 1–4
Izabela Chincinska przykłady 3.3–3.7, rozdział 3.3,
rysunki 3.2, 3.4, 3.6–3.16, dodatki 4, 5
Magdalena Miklaszewska wstęp do rozdziału 1, przykłady 4.4, 4.7,
współautorstwo przykładu 5.6,
zadania 4.1–4.8

Recenzja
prof. dr hab. Waldemar Karcz

Redakcja wydawnicza
Agnieszka Kołwzan
Dorota Zgaińska

Projekt okładki i stron tytułowych
Małgorzata Miklaszewska

Skład i łamanie
Maksymilian Biniakiewicz

Publikacja dofinansowana ze środków dziekana Wydziału Biologii Uniwersytetu Gdańskiego

ISBN 978-83-7865-723-1

Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego
ul. Armii Krajowej 119/121, 81-824 Sopot
tel./fax 58 523 11 37, tel. 725 991 206
e-mail: wydawnictwo@ug.edu.pl
www.wyd.ug.edu.pl
Księgarnia internetowa: www.kiw.ug.edu.pl

Druk i oprawa
Zakład Poligrafii Uniwersytetu Gdańskiego
ul. Armii Krajowej 119/121, 81-824 Sopot
tel. 58 523 14 49

Spis treści

Podziękowania

Chciałybyśmy wyrazić naszą wdzięczność Panu dr. Romanowi Synakowi, długoletniemu pracownikowi Katedry Fizjologii i Biotechnologii Roślin Uniwersytetu Gdańskiego, za podzielenie się z nami swoją wiedzą i doświadczeniem z zakresu wykorzystania statystyki i matematyki w opracowywaniu danych biologicznych.

Pragniemy również podziękować Pani dr Elżbiecie Zielińskiej za Jej życzliwą pomoc i udział w przygotowaniu ostatecznej wersji tekstu.

Agnieszka Baścik-Remisiewicz
Izabela Chincinska
Magdalena Miklaszewska

Przedmowa

Niniejszy przewodnik do ćwiczeń, obejmujący wybrane zagadnienia ze statystyki i matematyki, skierowany jest przede wszystkim do studentów biologii Uniwersytetu Gdańskiego, ale także innych uczelni wyższych. Zagadnienia dotyczące statystyki (rozdz. 1 – 4) zostały dobrane tak, aby student mógł poznać nie tylko podstawowe pojęcia używane w statystyce, ale też sposób planowania doświadczeń oraz wybrane metody analizy statystycznej uzyskanych wyników badań. Część statystyczna obejmuje również tematy dotyczące rachunku prawdopodobieństwa i zmiennych losowych. W części matematycznej przewodnika (rozdz. 5–8) przedstawiono podstawowe informacje na temat wybranych zagadnień z analizy matematycznej.

Każdy rozdział przewodnika zawiera wstęp teoretyczny, przykłady ze szczegółowym opisem ich rozwiązań oraz zadania do samodzielnego rozwiązania. Treści zadań w części statystycznej dotyczą głównie problematyki z zakresu nauk biologicznych i medycznych – mogą być pomocne we właściwym opracowaniu statystycznym wyników badań naukowych. Na końcu książki znajdują się odpowiedzi do zadań oraz wzory matematyczne przydatne do ich rozwiązania. Z uwagi na to, że większość zadań ze statystyki należy rozwiązać, wykorzystując tryb statystyczny kalkulatora naukowego, na końcu przewodnika zamieszczono również przykładowe instrukcje obsługi, które ułatwią studentom pracę z takimi kalkulatorami, oraz wybrane tablice statystyczne.

Mamy nadzieję, że przewodnik ten będzie przydatny nie tylko dla studentów nauk przyrodniczych, ale również dla nauczycieli i uczniów liceów, szczególnie klas o profilu biologicznym. Zachęcamy naszych Czytelników do podzielenia się z nami uwagami i sugestiami, które nasuną im się podczas studiowania przewodnika. Chętnie uwzględnimy je w kolejnym wydaniu.

Agnieszka Baścik-Remisiewicz
Izabela Chincinska
Magdalena Miklaszewska

1. Podstawowe pojęcia statystyki

Statystyka to nauka zajmująca się zbieraniem i opracowywaniem danych, opisujących zjawiska masowe, oraz wnioskowaniem dotyczącym tych zjawisk. Eksperymenty przeprowadzane są na zbiorowości statystycznej, inaczej – populacji statystycznej. Przez zbiorowość statystyczną rozumiemy zbiór elementów (osób, rzeczy, zjawisk) podobnych do siebie (ale nie identycznych) pod względem jednej lub kilku cech. Cechy te, określane jako zmienne, dzielimy na jakościowe i ilościowe.

Cechy jakościowe (niemierzalne) określamy za pomocą słów, np. płeć, kolor oczu. Cechy ilościowe (mierzalne) można wyrazić za pomocą liczb, np. długość i masa ciała, liczba komórek. Badanie statystyczne to zbiór czynności mających na celu wykrycie prawidłowości dotyczących danej zbiorowości statystycznej. Czynności te obejmują przygotowanie badania, wykonanie pomiaru statystycznego, opracowanie zgromadzonych danych oraz ich analizę statystyczną.

Uzyskane dane statystyczne można uporządkować, stosując odpowiednie skale pomiarowe.

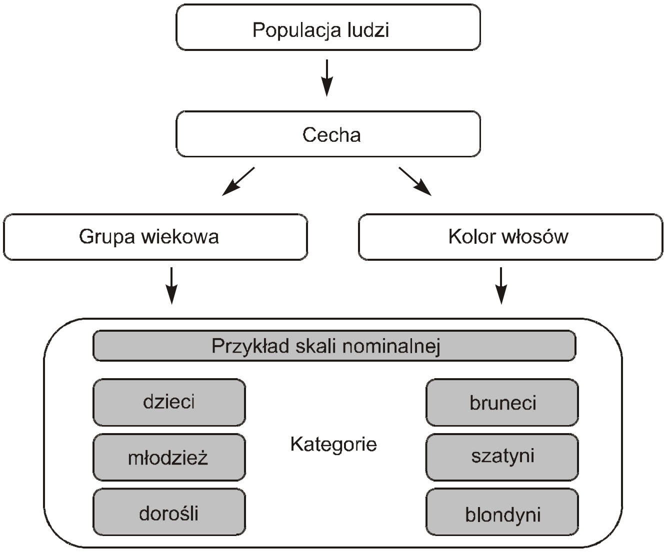
1.1. Rodzaje skal pomiarowych

1.1.1. Skala nominalna

Skala nominalna jest uważana za skalę najprostszą, która pozwala określić jedynie przynależność elementów danego zbioru (np. populacja ludzi) do wyróżnionych dla danej cechy (np. grupa wiekowa, kolor oczu) kategorii jakościowych (dzieci, młodzież, dorośli, bruneci, szatyni, blondyni) (Wołek, 2006) (rys. 1.1).

Szczególnym przypadkiem skali nominalnej jest skala nominalna dychotomiczna, inaczej – dwupunktowa, dwudzielna. Według tej skali wszystkie elementy danego zbioru są podzielone na dwie grupy rozłączne, czyli takie, które nie wykazują żadnych elementów wspólnych. Przykładami cech, które można wyrazić w skali nominalnej dychotomicznej, są m.in.:

- płeć – samce/samice;
- stan zdrowia – chory/zdrowy;
- odpowiedź na pytanie – tak/nie.



Rysunek 1.1. Przykład kategoryzacji wybranych cech w skali nominalnej

1.1.2. Skala porządkowa

Skala porządkowa jest skalą dokładniejszą, niosącą więcej informacji od skali nominalnej. Pozwala ona uporządkować elementy danego zbioru według wielkości lub stopnia natężenia danej cechy w zbiorowości, np. „równy", „większy", „mniejszy" czy też „intensywny", „bardziej intensywny", „mniej intensywny". Takie uporządkowanie zbioru danych (najczęściej od najmniejszej wartości do największej) nazywamy rangowaniem. Podczas rangowania poszczególnym obserwacjom (wynikom pomiarów) przypisujemy kolejny numer porządkowy, czyli tzw. rangę: 1, 2, 3,…, *n*. Utworzone rangi, a nie wyjściowe dane liczbowe, wykorzystuje się do dalszych przeliczeń statystycznych.

Elementy danego zbioru można uporządkować na dwa sposoby. O uporządkowaniu zupełnym (silnym) mówimy, gdy każdy element danego zbioru ma swój własny numer porządkowy – rangę (w próbie nie ma wyników o takim samym natężeniu badanej cechy). Natomiast z uporządkowaniem niezupełnym (słabym) mamy do czynienia, gdy w próbie występują elementy identyczne pod względem natężenia badanej cechy (Wołek, 2006). Wówczas elementy danego zbioru dostają ten sam numer porządkowy, czyli przypisywane są im tzw. rangi wiązane, np. jeżeli identyczne elementy pojawią się na miejscu 3, 4, 5 i 6, to wszystkim tym elementom przypisujemy rangę 4,5 (jest to średnia arytmetyczna z rang: 3, 4, 5 i 6), a kolejne elementy porządkujemy, rozpoczynając od rangi 7. W sposób analogiczny postępujemy, gdy mamy więcej takich samych elementów w danym zbiorze.

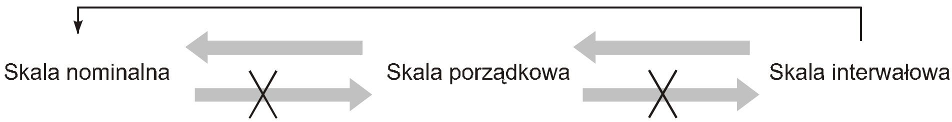
1.1.3. Skala interwałowa (przedziałowa)

Skalę tę stosuje się wówczas, gdy zbiór wyników badań statystycznych zawiera się w zbiorze liczb rzeczywistych. Wynikom wyrażonym w tej skali można przypisać określoną wartość mierzoną w ściśle zdefiniowanych jednostkach, czyli można je uporządkować jednoznacznie na osi liczbowej.

Pomiary długości, masy, temperatury, stężenia itp. oraz dane pochodzące z policzenia elementów, np. liczba kotów w jednym miocie, są danymi w skali interwałowej.

1.1.4. Zamiana skal

Istnieje możliwość przekształcania jednych skal w inne, np. skala porządkowa może być zamieniana na skalę nominalną, interwałowa zaś na skalę porządkową i nominalną. Nie można natomiast zamienić skali nominalnej na porządkową, a porządkowej na interwałową (rys. 1.2).



Rysunek 1.2. Możliwości zamiany skal pomiarowych

Przykład 1.1. Oznaczono poziom tyreotropiny (TSH) [mU/l] we krwi czterech ras kotów (*A*–*D*) (po 6 osobników każdej rasy), otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli.

Nr osobnika	Rasa kota			
	A	*B*	*C*	*D*
1	2,11	3,12	2,66	0,78
2	0,75	2,99	1,54	1,24
3	2,27	0,74	0,34	1,53
4	1,21	0,77	0,47	0,34
5	0,91	0,77	3,14	2,31
6	0,35	1,23	3,14	2,76

Zamień:

(a) skalę interwałową na skalę porządkową, poczynając od wyniku najmniejszego, w taki sposób, aby każdemu numerowi osobnika każdej rasy była przypisana odpowiednia ranga;

(b) skalę interwałową na skalę nominalną dychotomiczną, wiedząc, że wartość TSH > 1,25 uznaje się za podwyższoną;
(c) skalę porządkową na interwałową.

Rozwiązanie (a): Kolejne rangi są podane w tabeli w nawiasach obok wartości zmierzonej.

Nr osobnika	Rasa kota			
	A	*B*	*C*	*D*
1	2,11 **(5)**	3,12 **(6)**	2,66 **(4)**	0,78 **(2)**
2	0,75 **(2)**	2,99 **(5)**	1,54 **(3)**	1,24 **(3)**
3	2,27 **(6)**	0,74 **(1)**	0,34 **(1)**	1,53 **(5)**
4	1,21 **(4)**	0,77 **(2,5)**	0,47 **(2)**	0,34 **(1)**
5	0,91 **(3)**	0,77 **(2,5)**	3,14 **(5,5)**	1,53 **(5)**
6	0,35 **(1)**	1,23 **(4)**	3,14 **(5,5)**	1,53 **(5)**

Rozwiązanie (b): Wyodrębniamy dwie grupy osobników:

- do kategorii „koty z niską zawartością TSH" (np. symbol N) należy zaliczyć osobniki, u których zawartość TSH była równa lub mniejsza od 1,25 (TSH ≤ 1,25);
- do kategorii „koty z podwyższoną zawartością TSH" (np. symbol P) należy zaliczyć osobniki, u których zawartość TSH była powyżej 1,25 (TSH > 1,25).

Nr osobnika	Rasa kota			
	A	*B*	*C*	*D*
1	P	P	P	N
2	N	P	P	N
3	P	N	N	P
4	N	N	N	N
5	N	N	P	P
6	N	N	P	P

Rozwiązanie (c): Taka zamiana skal nie jest możliwa, gdyż skala porządkowa nie niesie informacji o położeniu danej rangi na osi liczbowej.

1.2. Częstość występowania cechy w populacji

W przypadku analizy cech wyrażonych za pomocą skali nominalnej (cechy o charakterze jakościowym, ale także cechy ilościowe, jeżeli zdecydujemy się je jednoznacznie skategoryzować), częstość występowania badanej cechy w populacji można wyrazić na kilka sposobów.

Na przykład stosunek liczby samców do liczby samic równy 1:3 oznacza, że na 1 samca przypadają w tej populacji średnio 3 samice. Jednocześnie tę samą zależność możemy wyrazić za pomocą proporcji lub procentów. W wymienionym przykładzie proporcja samców względem całej populacji wynosi 0,25, czyli 25%, a proporcja samic 0,75, czyli 75%.

Proporcja wyliczona w powyższy sposób określa jednocześnie prawdopodobieństwo (p) wystąpienia badanej cechy w populacji. Możemy na tej podstawie wywnioskować, że losowo wybrany osobnik będzie samcem z $p(♂) = 0{,}25$, a samicą z $p(♀) = 0{,}75$. Należy zauważyć, że suma tych wartości jest równa 1, co jest zgodne z założeniami rachunku prawdopodobieństwa.

Wartość proporcji jest częstością względną. Jako częstość bezwzględną będziemy natomiast definiować całkowitą liczbę osobników reprezentujących daną cechę w populacji. Do wyliczenia częstości bezwzględnej niezbędna jest znajomość liczebności analizowanej populacji. Częstość bezwzględną wyliczymy, mnożąc częstość względną cechy (proporcję) przez całkowitą liczbę osobników.

Przykład 1.2. W populacji pewnego gatunku papug stosunek liczby osobników o niebieskim zabarwieniu piór do osobników o żółtym zabarwieniu wynosi 1:4. Oblicz:

(a) proporcję osobników o niebieskim zabarwieniu piór;
(b) proporcję osobników o żółtym zabarwieniu piór;
(c) udział procentowy osobników o niebieskim zabarwieniu piór;
(d) udział procentowy osobników o żółtym zabarwieniu piór.

Rozwiązanie (a): Stosunek osobników o niebieskim zabarwieniu piór do osobników o żółtym zabarwieniu piór, wynoszący 1:4, wskazuje na to, że na 1 osobnika niebieskiego w populacji przypadają 4 żółte, czyli całość populacji (niebieskie i żółte osobniki razem) można opisać równaniem $1 + 4 = 5$. Zatem proporcja osobników o niebieskim zabarwieniu piór w całej populacji wynosi:

$$p_{niebieskie} = \frac{1}{5} = 0{,}2 .$$

Rozwiązanie (b): Analogicznie postępujemy, obliczając proporcję osobników o żółtym zabarwieniu piór w całej populacji:

$$p_{żółte} = \frac{4}{5} = 0{,}8 .$$

Uwaga: Zgodnie z tym, co napisano na początku tego podrozdziału, $p_{niebieskie} + p_{żółte} = 1$, gdyż prawdopodobieństwo wylosowania niebieskiej lub żółtej papugi jest równe 1 (pewność). Oznacza to, że znając proporcję jednej z badanych cech, możemy wyliczyć proporcję tej drugiej, odejmując od 1 poznaną wcześniej wartość proporcji.

Rozwiązanie (c): Chcąc obliczyć udział procentowy osobników o niebieskim zabarwieniu piór w populacji, mnożymy otrzymaną proporcję przez 100%:

$$p\% = \frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%.$$

Rozwiązanie (d): Analogicznie postępujemy, obliczając udział procentowy osobników o żółtym zabarwieniu piór w całej populacji:

$$p\% = \frac{4}{5} \cdot 100\% = 80\%.$$

1.3. Dokładność pomiarów i zasady zaokrąglania liczb

1.3.1. Dokładność pomiarów

Pomiary mogą być wykonywane z różną dokładnością, która jest uwarunkowana: parametrami technicznymi stosowanych urządzeń pomiarowych, procedurami charakterystycznymi dla danej dyscypliny oraz celem badań. Określając optymalną dokładność pomiaru, należy pamiętać, aby różnica pomiędzy największą a najmniejszą wartością pomiaru mieściła się w zakresie od 30 do 300 jednostek pomiarowych. Liczbę jednostek pomiarowych (*LJP*) liczymy ze wzoru (Wołek, 2006):

$$LJP = \frac{x_{max} - x_{min}}{jp}, \tag{1.1}$$

gdzie:
- x_{max} – pomiar największy,
- x_{min} – pomiar najmniejszy,
- jp – dokładność, z jaką wykonano pomiar, np. do 0,1 mm; 100 g; 0,02 jednostki absorbancji.

Przykład 1.3. Z jaką dokładnością należy wykonać pomiary długości członów pędowych rzęsy trójrowkowej (*Lemna trisulca* L.), jeśli dla osobnika o najkrótszym członie pędowym otrzymano wynik 2 mm, a dla osobnika o najdłuższym członie pędowym wynik 6 mm?

Rozwiązanie: Z treści zadania wynika, że wartości pomiarów podawane są z dokładnością do 1 mm, a liczba jednostek pomiarowych wynosi (wzór 1.1):

$$LJP = \frac{6-2}{1} = 4\,.$$

Zatem, zgodnie z przyjętą zasadą, dokładność pomiaru jest niewystarczająca (wynik ten nie mieści się w zakresie 30–300 jednostek pomiarowych). Sprawdźmy, co stanie się, jeśli wartości pomiarów przedstawimy z dokładnością do 0,1 mm? Obliczamy:

$$LJP = \frac{6{,}0-2{,}0}{0{,}1} = 40\,.$$

Na podstawie tej wartości *LJP* możemy stwierdzić, że zgodnie z przyjętą zasadą dokładność pomiarów do 0,1 mm jest odpowiednia (wynik mieści się w zakresie 30–300 jednostek).

Sprawdźmy jeszcze, co stanie się, jeśli zwiększymy dokładność pomiarów do 0,01 mm. Obliczamy:

$$LJP = \frac{6{,}00-2{,}00}{0{,}01} = 400\,.$$

Wiemy już, że zgodnie z przyjętą zasadą dokładność pomiarów do 0,01 mm jest za wysoka (wynik ten przekracza zakres 30–300 jednostek).

Odpowiedź: Pomiary długości członów pędowych rzęsy trójrowkowej (*Lemna trisulca* L.) należy wykonać z dokładnością do 0,1 mm.

1.3.2. Zasady zaokrąglania liczb

Przy statystycznym opracowaniu tych samych danych pomiarowych, ale uzyskiwanych np. w różnych laboratoriach, ważne jest, żeby wyniki końcowe były identyczne, niezależnie od źródła ich pochodzenia. Aby było to możliwe, zaokrąglając liczby, należy przestrzegać uniwersalnych zasad:

(a) jeśli pierwsza z odrzucanych cyfr (licząc od lewej strony) jest mniejsza od **5**, to ostatnia pozostawiona cyfra nie ulegnie zmianie, np.:
   - 7,57**4**9 ≈ 7,57 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 7, a pierwsza odrzucana to 4; w związku z tym, że 4 < 5, cyfra 7 pozostaje bez zmian);

(b) jeśli pierwsza z odrzucanych cyfr (licząc od lewej strony) jest większa od **5**, to na ostatnim miejscu liczby zaokrąglanej będzie cyfra większa o 1, np.:
   - 7,57**9**9 ≈ 7,58 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 7, a pierwsza odrzucana to 9; w związku z tym, że 9 > 5, zamiast cyfry 7 wpisujemy 8);

(c) jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr (licząc od lewej strony) jest **5**, zaś po tej cyfrze na dalszych miejscach inne cyfry są większe od zera, to ostatnią z pozostawionych cyfr danej liczby zwiększamy o 1, np.:
- 7,57**5**0000**3** ≈ 7,58 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 7, a pierwsza odrzucana to 5, po której na jednym z dalszych miejsc jest cyfra 3; w związku z tym zamiast cyfry 7 wpisujemy 8);

(d) jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr (licząc od lewej strony) jest **5**, zaś po tej cyfrze na dalszych miejscach występują wartości zerowe lub miejsca te są nieokreślone, to ostatnia z pozostawionych cyfr danej liczby nie zmienia się, jeśli jest ona parzysta (zero należy traktować jak cyfrę parzystą), np.:
- 7,56**5** ≈ 7,56 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 6, która jest parzysta, a pierwsza odrzucana to 5, po której dalsze miejsca są nieokreślone; w związku z tym cyfra 6 pozostaje bez zmian);
- 7,50**5**00 ≈ 7,50 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 0, która jest parzysta, a pierwsza odrzucana to 5, po której na dalszych miejscach są zera; w związku z tym cyfra 0 na drugim miejscu po przecinku pozostaje bez zmian);

(e) jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr (licząc od lewej strony) jest **5**, zaś po tej cyfrze na dalszych miejscach występują wartości zerowe lub miejsca te są nieokreślone, a ostatnia z pozostawionych cyfr jest nieparzysta, to zwiększamy ją o 1, np.:
- 7,53**5** ≈ 7,54 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 3, która jest nieparzysta, a pierwsza odrzucana to 5, po której dalsze miejsca są nieokreślone; w związku z tym zamiast cyfry 3 wpisujemy 4);
- 7,57**5**00 ≈ 7,58 (zaokrąglamy do 0,01; ostatnia pozostawiana po przecinku cyfra to 7, która jest nieparzysta, a pierwsza odrzucana to 5, po której na dalszych miejscach są zera; w związku z tym zamiast obecnej cyfry 7 wpisujemy 8).

Uwaga: Liczby całkowite zaokrąglamy zgodnie z zasadami omówionymi w podpunktach (a)–(e). Należy jednak pamiętać, że zaokrąglona liczba powinna mieć tyle samo miejsc dziesiętnych co liczba przed zaokrągleniem, zatem żadnych cyfr w liczbie całkowitej nie odrzucamy, tylko zastępujemy je przez zera, np.:
- zaokrąglanie do setek liczby 1925 ≈ 1900 (nie 19);
- zaokrąglanie do dziesiątek liczby 234 ≈ 230 (nie 23).

1.3.3. Cyfry znaczące

Czasami bardziej przydatne jest zaokrąglenie otrzymanych wyników do tzw. cyfr znaczących. Ma to szczególne znaczenie w przypadku konieczności zaokrąglenia wartości pomiarów do liczb całkowitych.

By prawidłowo zidentyfikować cyfry znaczące w danym wyniku, należy pamiętać, że zaliczają się do nich cyfry od 1 do 9, a zero jest znaczące tylko w wybranych przypadkach, jeśli:

(a) występuje w środku liczby, pomiędzy cyframi znaczącymi, np. 307,130098;
(b) występuje na końcu liczby i wskazuje, że dane miejsce dziesiętne jest dokładne (czyli pomiaru dokonano z taką dokładnością), i w tym przypadku cyfrę zero należy zapisać na ostatnim miejscu zaokrąglonej liczby, np. 0,0078950;
(c) występuje na końcu liczby i jest to jednoznacznie określone (np. jeśli pomiar został wykonany z dokładnością do 0,01 jednostki, to wszystkie wyniki należy podać z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, czyli wartości zero znajdujące się na drugim miejscu po przecinku są znaczące i należy je zapisać).

Cyfra 0 nie jest znacząca, jeśli:

(a) występuje na początku liczby, np. 0,009781;
(b) występuje na końcu liczby i jest wynikiem zaokrąglenia, np. 56,0987 $\approx$ 56,0990;
(c) występuje na końcu liczby i wskazuje wyłącznie rząd wielkości danej liczby, np. $\approx$ 2340.

Przykład 1.4. Podczas analizy aktywności pewnego enzymu dokonano pomiaru wartości fluorescencji (w jednostkach względnych) zależnej od ilości substratu w badanej próbie. Aparatura użyta do pomiaru pozwoliła na oznaczenie aktywności z dokładnością do 4 miejsc po przecinku. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli.

Nr próby	Wartości fluorescencji spisane z aparatury
1	105,0987
2	321,1240
3	512,4860
4	432,2931
5	121,5879
6	804,5522
7	211,3481
8	547,2075
9	678,7697
10	225,0028

Zgodnie z zasadą omówioną w rozdz. 1.3.1, analizę otrzymanych wyników należy przeprowadzić na liczbach zaokrąglonych w taki sposób, aby *LJP* pomiędzy największą a najmniejszą z uzyskanych wartości mieściła się w zakresie od 30 do 300. W omawianym przykładzie, w przypadku wartości spisanych bezpośrednio z aparatury, zakres ten znacznie przekracza wartość 300:

$$LJP = \frac{804{,}5522 - 105{,}0987}{0{,}0001} = 6\,994\,535.$$

Aby *LJP* znalazła się w zakresie 30–300, powyższą wartość należy podzielić przez 100 000, czyli jednostka pomiarowa powinna zostać zwiększona z 0,0001 do 10 (czyli 100 000 razy). Wyniki po zaokrągleniu powinny wyglądać tak jak w poniższej tabeli.

Nr próby	Wartości fluorescencji po zaokrągleniu
1	110
2	320
3	510
4	430
5	120
6	800
7	210
8	550
9	680
10	230

Zauważmy, że w wartościach fluorescencji po zaokrągleniu cyfry znaczące znajdują się na miejscach setnych i dziesiętnych. Natomiast zera wpisane na końcu każdej z tych liczb są nieznaczące w sensie dokładności pomiaru, ale ich wpisanie jest niezbędne ze względu na określenie wartości całej liczby (liczba trzycyfrowa zostaje zaokrąglona do liczby trzycyfrowej, a nie dwucyfrowej). Aktualna wartość

$$LJP = \frac{800 - 110}{10} = 69.$$

Podsumowując – skoro w drugiej tabeli wartości pomiarów zostały przedstawione z dokładnością do 10 jednostek fluorescencji, to następujące po sobie wartości pomiarów będą się zwiększać o 10, np. kolejna większa wartość po pomiarze 210 będzie wynosić 220, następnie 230, 240 itd.

Wydawnictwo
Uniwersytetu Gdańskiego

ISBN 978-83-7865-723-1